ARTE EN LA CASA BARDIN

JUAN F. NAVARRO

FABRICATION OF (NON)SENSE

JUAN F. NAVARRO

FABRICATION OF (NON)SENSE

Arte en la Casa Bardin

Instituto Alicantino de Cultura Juan Gil-Albert
Institut Alacantí de Cultura Juan Gil-Albert

Presidente
President

César Sánchez Pérez

Diputado de Cultura
Diputat de Cultura

César Augusto Asencio Adsuar

Director Cultural
Director Cultural

José Ferrándiz Lozano

Departamento de Arte y Comunicación Visual "Eusebio Sempere". Comisión Asesora
Departament de Art i Comunicació Visual "Eusebio Sempere". Comisió Assessora

Elena Aguilera Cirujeda, Isaac Montoya Cardoso, Remedio Navarro Mondéjar
José Piqueras Moreno, Luisa Pastor Mirambell, Emilio Roselló Tormo, Jesús Zuazo Garrido

Exposición Arte en la Casa Bardin
Exposició Art a la Casa Bardin

Fabrication of (non)sense, de Juan F. Navarro

Comisaria
Comisaria

Milagros Angelini

Del 8 de noviembre 2016 al 13 de enero de 2017
Del 8 de novembre 2016 al 13 de gener de 2017

Jurado
Jurat

Presidente: César Augusto Asencio Adsuar
Vocales: Elena Aguilera Cirujeda, Juana Mª Balsalobre García, Remedios Navarro Mondéjar
José Piqueras Moreno, Emilio Roselló Tormo, Jesús Zuazo Garrido
Secretaria: Amparo Koninck Frasquet

Organiza
Organitza

Instituto Alicantino de Cultura Juan Gil-Albert
Institut Alacantí de Cultura Juan Gil-Albert

Coordinación
Coordinació

Juana María Balsalobre. Departamento de Arte y Comunicación Visual Eusebio Sempere

Coordinación Técnica
Coordinació Tècnica

Inmaculada Fernández

Montaje
Muntatge

Art Express

Catálogo
Catàleg

Coordinación
Coordinació

Departamento de Arte y Comunicación Visual Eusebio Sempere

Textos
Textes

©Juana María Balsalobre
©Milagros Angelini

Traducción
Traducció

David Azorín. Departament de Formació de la Diputació d'Alacant

Diseño
Disseny

Eduardo Infante

Fotografías
Fotografies

©Juan F. Navarro

Impresión
Impressió

Bañuls Impresores, S.L.

ISBN

978-84-7784-735-9

D.L.

A-657-2016

Edición
Edició

©Instituto Alicantino de Cultura Juan Gil-Albert

Arte en la Casa Bardin. XVII

El Instituto Alicantino de Cultura Juan Gil-Albert, en su apuesta por la cultura y el arte, organiza entre sus diversas actividades las exposiciones que como ciclo *Arte en la Casa Bardin* toma el nombre de la sede del Gil-Albert. Inició su andadura hace cuatro años con el formato artista/comisario, encuentro y visitas guiadas a las trece muestras individuales seleccionadas por la Comisión Asesora del Departamento de Arte y Comunicación Visual Eusebio Sempere.

Hoy ese formato se mantiene pero con un cambio importante impulsado por el doctor José Ferrándiz Lozano, director del Gil-Albert, y aprobado por la Junta Rectora del organismo. *Arte en la Casa Bardín* es ahora el resultado de un concurso público con el objetivo de acercar las prácticas artísticas para la programación de exposiciones en 2016 y 2017.

Han sido seleccionadas las propuestas de los siguientes artistas y comisarios:

IVÁN ALBALATE GAUCHIA / TATIANA SENTAMANS GÓMEZ
ELENA JIMÉNEZ MORENO / ISABEL TEJEDA MARTÍN
LA MUTUA ARTÍSTICA / ROMÁN DE LA CALLE
JAMES A. MARR / JOSÉ LUIS MARTÍNEZ MESEGUER
JUAN F. NAVARRO LLINARES / MILAGROS ANGELINI VEGA
CYNTHIA L. NUDEL KIPERMAN / DIANA GUIJARRO CARRATALÁ
RAQUEL PUERTA VARÓ / ROCÍO GUIJARRO SÁNCHEZ
MIRIAN RINCÓN CARRERO / BERNABÉ GÓMEZ MORENO
JUAN CARLOS ROSA CASASOLA / ANDREA PASTOR BROTONS
DAVID TRUJILLO RUIZ / JOSÉ MANUEL ÁLVAREZ ENJUTO

Cada propuesta se sitúa en el marco de la creación actual, en un universo definido por la obra del artista y las aportaciones del comisario, así se mostró en *Kaleidoscopio* de James Marr, Kaufman, que enlazó con las visitas guiadas a la exposición y con el encuentro-conversación entre el artista y el crítico de arte. También en la muestra *The Medusa Collective Experiment* de Cynthia Nudel y Diana Guijarro que descubrieron, en el encuentro y en las visitas, la fuerza creadora del arte en una noche especial como la *Noche en Blanco* en la Casa Bardin. Y Elena Jiménez ha participado con su Proyecto *CMYK Cuatricomía en Patchwork* de la mano de Isabel Tejeda, comisaría de la exposición. Ahora Juan F. Navarro muestra otra poliédrica faceta del arte en la que Milagros Angelini es la comisaria.

Juana María Balsalobre

Art a la Casa Bardin. XVII

L'Institut Alacantí de Cultura Juan Gil-Albert, en la seua aposta per la cultura i l'art, organitza entre les seues diverses activitats les exposicions que com a cicle *Art en la Casa Bardin* pren el nom de la seu del Gil-Albert. Va iniciar el seu camí fa quatre anys amb el format artista/comissari, trobada i visites guiades a les tretze mostres individuals seleccionades per la Comissió Assessora del Departament d'Art i Comunicació Visual Eusebio Sempere.

Hui eixe format es manté però amb un canvi important impulsat pel doctor José Ferrándiz Lozano, director del Gil-Albert, i aprovat per la Junta Rectora de l'organisme. *Art a la Casa Bardín* és ara el resultat d'un concurs públic amb l'objectiu d'acostar les pràctiques artístiques per a la programació d'exposicions en 2016 i 2017.

Han sigut seleccionades les propostes dels següents artistes i comissaris:

IVÁN ALBALATE GAUCHIA / TATIANA SENTAMANS GÓMEZ
ELENA JIMÉNEZ MORENO / ISABEL TEJEDA MARTÍN
LA MUTUA ARTÍSTICA / ROMÁN DE LA CALLE
JAMES A. MARR / JOSÉ LUIS MARTÍNEZ MESEGUER
JUAN F. NAVARRO LLINARES / MILAGROS ANGELINI VEGA
CYNTHIA L. NUDEL KIPERMAN / DIANA GUIJARRO CARRATALÁ
RAQUEL PUERTA VARÓ / ROCIO GUIJARRO SÁNCHEZ
MIRIAN RINCÓN CARRERO / BERNABÉ GÓMEZ MORENO
JUAN CARLOS ROSA CASASOLA / ANDREA PASTOR BROTONS
DAVID TRUJILLO RUIZ / JOSÉ MANUEL ÁLVAREZ ENJUTO

Cada proposta se situa en el marc de la creació actual, en un univers definit per l'obra de l'artista i les aportacions del comissari, així es va mostrar en *Kaleidoscopio* de James Marr, Kaufman, que va enllaçar amb les visites guiades a l'exposició i amb la trobada-conversa entre l'artista i el crític d'art. També en la mostra *The Medusa Collective Experiment* de Cynthia Nudel i Diana Guijarro que van descobrir, en la trobada i en les visites, la força creadora de l'art en una nit especial com la *Nit en Blanco* a la Casa Bardin. I Elena Jiménez ha participat amb el seu Projecte *CMYK Quadricomia en Patchwork* de la mà d'Isabel Tejeda, comissaria de l'exposició. Ara Juan F. Navarro mostra una altra polièdrica faceta de l'art en la qual Milagros Angelini és la comissària.

Juana María Balsalobre

No todo lo que dije fue verdad, pero espero que haya sido interesante*

"Por lo general, el artista es un condenado mentiroso,
pero su arte, si realmente lo es, contará la verdad"
Luther Link

En 1997, el doctor en física estadounidense *Alan Sokal* y el físico belga *Jean Bricmont*, hicieron tambalear los cimientos de la filosofía posmoderna en Francia con la publicación de su libro Impostures intellectuelles; un año más tarde lo harían en Estados Unidos bajo el nombre de *Fashionable Nonsense: Postmodern Intellectuals' Abuse of Science* (Traducido al español como: *Sinsentidos de moda: El abuso de la ciencia por parte de los intelectuales posmodernos*). Se producía así un descreimiento generalizado de las principales teorías de pensadores como *Jacques Lacan, Julia Kristeva, Jean Baudrillard* o *Gilles Deleuze*, a quienes los autores acusaban de emplear abusivamente conceptos y términos científicos, sacándolos de contexto sin justificar en lo más mínimo ese procedimiento, aprovechándose del desconocimiento de sus lectores. El primer proyectil fue lanzado en 1996, cuando la prestigiosa revista *Social Text* publicó como verdadero un artículo paródico de *Alan Sokal* en el que había utilizado deliberadamente un lenguaje oscuro para burlarse del "relativismo cognitivo" de los intelectuales anteriormente citados.

Siguiendo esta línea, Juan F. Navarro, doctor en Matemáticas y profesor titular en la Universidad de Alicante, cuestiona el paradigma de la Ciencia mediante la fabricación de un resultado científico falso con apariencia de autenticidad, y su posterior difusión en el ámbito científico: ha sido presentado en la *2nd International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and Industry*, celebrada en Malta en 2015, y publicado en el *Journal of Advances in Applied Mathematics* (Vol. 1, No. 3, 2016, 160-174). El artículo, titulado *A Symbolic Algorithm for the Computation of Periodic Orbits in Non-Linear Differential Systems*, presenta un procesador simbólico que implementa un algoritmo para el cálculo de órbitas periódicas en sistemas diferenciales perturbados de dimensión dos, empleando una adaptación del método de perturbaciones de *Poincaré-Lindstedt* a sistemas planos.

La sorprendente versatilidad de Navarro, asimismo licenciado en Bellas Artes y con una amplia trayectoria como artista, nos revela a través de esta muestra el proceso llevado a cabo durante su investigación. Un interesante juego de espejos, que postula la existencia de una simetría en la relación Ciencia-Arte, incitando al espectador a reflexionar sobre la veracidad del resultado. Desde una perspectiva científica es falso; ¿Pero qué ocurre si trasciende esas fronteras y se transforma en una obra artística?

Desde tiempos inmemoriales los filósofos han cuestionado la autenticidad de la labor artística. Textos primigenios como los de *Platón en República* (380 a. C.) nos advierten que la obra de arte es un mal retrato del *Mundo de las Ideas,* por lo tanto, el artista es un impostor que se aleja doblemente de la verdad. Ahora bien, si valoráramos esta exposición como una estrategia heurística, término acuñado

en la Antigua Grecia para definir la creatividad en procesos matemáticos -y popularizado por el matemático *George Pólya* como el arte de resolver problemas científicos-, daríamos legitimidad a la obra de Navarro, ya que, la palabra "heurística" procede del término griego *εὑρίσχειν*, que significa *«hallar, inventar»*.

Si analizáramos *Fabrication of (non)sense* dentro de los parámetros de la Teoría del Arte Contemporáneo, afirmaríamos que evidentemente se trata una producción artística. La presente exhibición puede enmarcarse simultáneamente en distintas corrientes de arte, tanto en sus formatos como en sus procedimientos conceptuales. Podemos encontrar influencias de otros artistas reconocidos a los que indudablemente Navarro ha tomado como referente. Pastiche, parodia, apropiacionismo, ... ¿Paradójicamente, no son éstos los principales conceptos desarrollados por los filósofos desmitificados por *Sokal* y *Bricmont*? En el trabajo de Navarro nada es lo que parece, realidad y ficción se combinan, ecos de otras obras conocidas evolucionan hacia su propia negación, y en ello radica su admirable originalidad. Las pizarras llenas de fórmulas, idénticas a las utilizadas por *Joseph Beuys* en sus instalaciones, no plasman las enseñanzas del maestro comprometido, son su antítesis, ilustran una mentira. Videos que reproducen acciones infinitas y absurdas del "artista-científico/científico-artista" nos recuerdan a *Bruce Nauman* y su propósito de documentar el continuum de su propia vida. Sin embargo, en el caso de Navarro la cámara no capta una experiencia real, sino su simulacro. Este engaño se agudiza en su serie fotográfica de polaroids manipuladas, ya que, sarcásticamente, esta herramienta se caracteriza y diferencia del resto por su fidelidad.

Por último, la deuda determinante de esta instalación es con el movimiento de Arte Conceptual-Lingüístico-Empírico, capitaneado por *Joseph Kosuth, Hanne Darboven, On Kawara, Lawrence Weiner* o *Art and Language*. *Fabrication of (non)sense* es una obra eminentemente procesual, el cúmulo de documentos expuestos llevan al espectador a una esfera puramente mental, dejando en un segundo plano su experiencia estética. Navarro se afana en demostrarnos, con su característica ironía metalingüística, que todo aquello que observamos se fundamenta en los parámetros unívocos de la Ciencia. No obstante, al presentar su investigación en un espacio de arte, transforma radicalmente su naturaleza, confiriéndole múltiples interpretaciones, ya que en este contexto se transmuta en objeto artístico. Y como sabemos, la obra de arte es polisémica, mantiene una relación distorsionada entre el signo y el significado. Por lo tanto *Fabrication of (non)sense* se aleja del origen empírico del Arte Conceptual al que imita; representa justamente lo contrario, es una obra ficcional, un ejercicio lúdico de identidades tautológicas para su autor y un trampantojo para nosotros. Es en este punto donde la obra de Juan F. Navarro se desmarca de cualquier proceso artístico contemporáneo realizado anteriormente, trazando una nueva línea discursiva entre el Arte y la Ciencia.

Milagros Angelini
Doctora en Bellas Artes

*Frase escuchada en cierre de discurso de fin de carrera universitaria. Catedrático anónimo.

No tot el que vaig dir va ser veritat, però espere que haja estat interessant*

"Generalment, l'artista és un mentider condemnat,
però el seu art, si realment ho és, contarà la veritat"
Luther Link

El 1997, el doctor en física nord-americà *Alan Sokal* i el físic belga *Jean Bricmont*, van fer trontollar els fonaments de la filosofia postmoderna a França amb la publicació del seu llibre *Impostures intellectuelles*; un any més tard ho farien als Estats Units sota el nom de *Fashionable Nonsense: Postmodern Intellectuals' Abuse of Science* (Traduït a l'espanyol com a: *Sinsentidos de moda: El abuso de la ciencia por parte de los intelectuales posmodernos*). Es produïa així una descreença generalitzada de les teories principals de pensadors com ara *Jacques Lacan, Julia Kristeva, Jean Baudrillard* o *Gilles Deleuze*, als qui els autors acusaven d'emprar abusivament conceptes i termes científics, ja que els traien de context sense justificar gens ni mica aqueix procediment i aprofitar-se del desconeixement dels seus lectors. El primer projectil va ser llançat el 1996, quan la prestigiosa revista *Social Text* va publicar com a vertader un article paròdic d'*Alan Sokal* en què havia utilitzat deliberadament un llenguatge fosc per fer mofa del "relativisme cognitiu" dels intel·lectuals esmentats adés.

En aquesta línia, Juan F. Navarro, doctor en Matemàtiques i professor titular en la Universitat d'Alacant, qüestiona el paradigma de la ciència mitjançant la fabricació d'un resultat científic fals amb aparença d'autenticitat, i la seua difusió posterior en l'àmbit científic: ha estat presentat en la *2nd International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and Industry*, celebrada a Malta el 2015, i publicat en el *Journal of Advances in Applied Mathematics* (Vol. 1, No. 3, 2016, 160-174). L'article titulat *A Symbolic Algorithm for the Computation of Periodic Orbits in Non-Linear Differential Systems* ens presenta un processador que implementa un algoritme per al càlcul d'òrbites periòdiques en sistemes diferencials pertorbats de dimensió dos amb l'ús d'una adaptació del mètode de pertorbacions de *Poincaré-Lindstedt* a sistemes plans.

La versatilitat sorprenent de Navarro, així mateix llicenciat en Belles Arts i amb una trajectòria ben amplia com a artista ens revela, a través d'aquesta mostra, el procés dut a terme durant la seua investigació. Un joc d'espills interessant que postula l'existència d'una simetria en la relació ciència-arte que incita l'espectador a reflexionar sobre la veracitat del resultat. Des d'una perspectiva científica és fals, però què ocorre si transcendeixen aqueixes fronteres i es transforma en una obra artística?

Des de temps immemorials els filòsofs han qüestionat l'autenticitat del treball artístic. Textos primigenis com ara els de *Plató en República* (380 aC) ens adverteixen que l'obra d'art és un mal retrat del Món de les Idees, per tant, l'artista és un impostor que s'hi allunya doblement de la veritat. Ara bé, si valoràrem aquesta exposició com una estratègia heurística, terme encunyat en la Grècia Antiga per definir la creativitat en processos matemàtics, i popularitzat pel matemàtic *George Pólya* com l'art de resoldre problemes científics, donaríem legitimitat a l'obra de Navarro, ja que, la paraula "heurística"

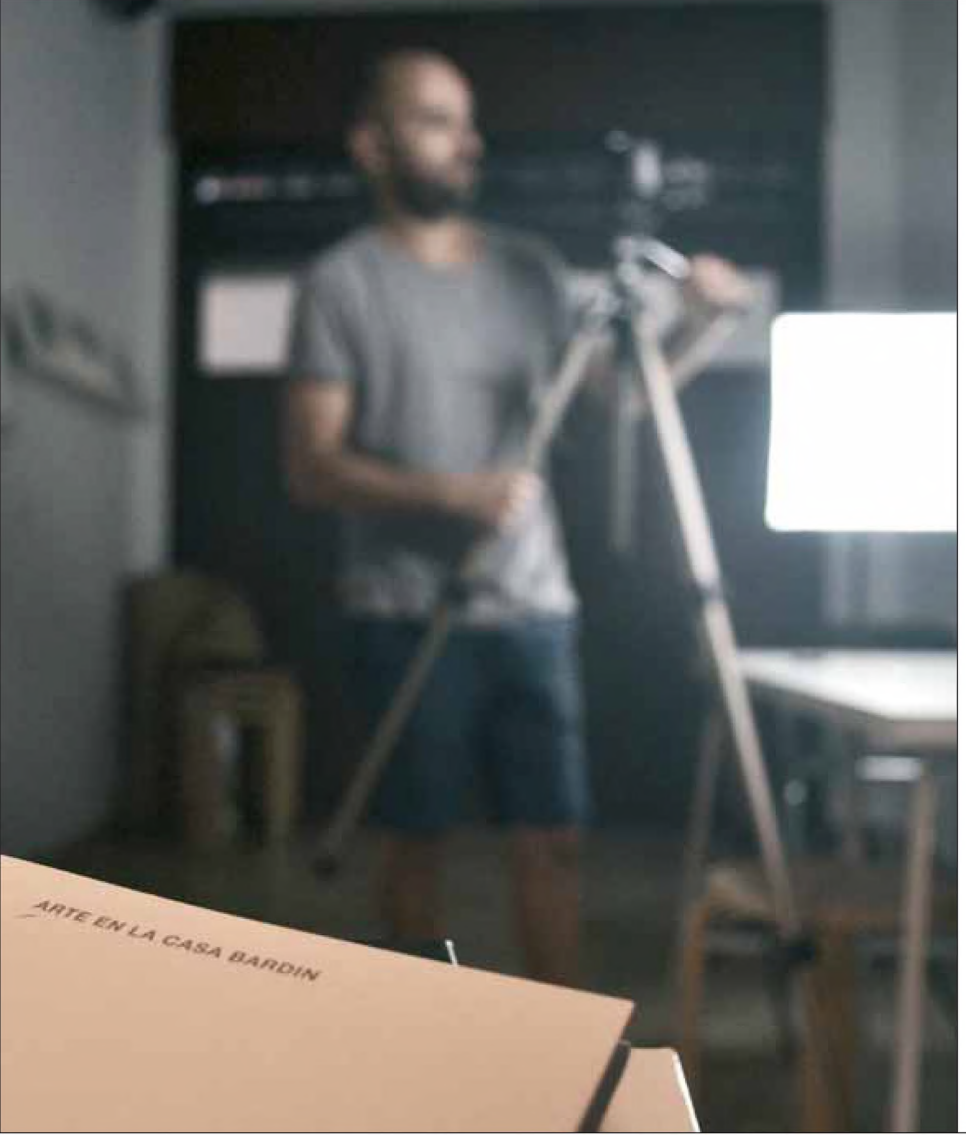
prové del terme grec *εὑρίσχειν*, que té el significat de «*trobar, inventar*».

Si analitzàrem *Fabrication of (non)sense* dins dels paràmetres de la Teoria de l'Art Contemporani afirmaríem que, evidentment, es tracta una producció artística. Aquesta exhibició pot emmarcar-se simultàniament en diferents corrents d'art, tant en els seus formats com en els seus procediments conceptuals. Podem trobar influències d'altres artistes reconeguts a qui indubtablement Navarro ha pres com a referents. Pastitx, paròdia, apropiacionisme... Paradoxalment, no hi són aquests els conceptes principals desenvolupats pels filòsofs desmitificats per *Sokal i Bricmont*? En el treball de Navarro res és el que sembla, realitat i ficció s'hi combinen, ressons d'altres obres conegudes evolucionen cap a la seua negació i en això radica la seua originalitat admirable. Les pissarres farcides de fórmules, idèntiques a les utilitzades per *Joseph Beuys* en les seues instal·lacions, no palesen els ensenyaments del mestre compromés, hi són la seua antítesi, il·lustren una mentida. Vídeos que reprodueixen accions infinites i absurdes "de l'artista-científic/cientific-artista" ens recorden a *Bruce Nauman* i el seu propòsit de documentar el contínuum de la seua vida mateix. No obstant això, en el cas de Navarro la càmera no capta una experiència real sinó el seu simulacre. Aquest engany s'aguditza en la seua sèrie fotogràfica de *polaroids manipulades*, ja que, sarcàsticament, aquesta eina es caracteritza i diferencia de la resta per la seua fidelitat.

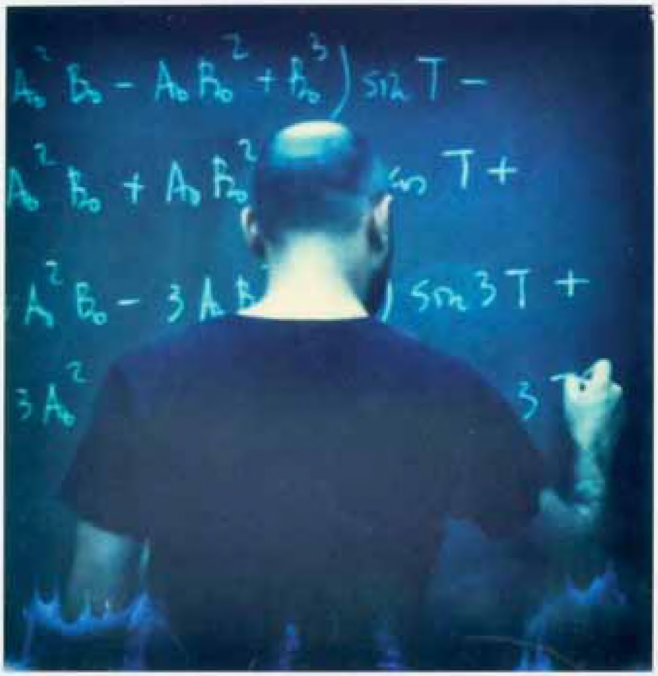
Finalment, hi és determinant el deute d'aquesta instal·lació amb el moviment d'Art Conceptual-Lingüisticoempíric, capitanejat *per Joseph Kosuth, Hanne Darboven, On Kawara, Lawrence Weiner* o *Art and Language*. *Fabrication of (non)sense* és una obra eminentment processual; el cúmul de documents exposats porten a l'espectador a una esfera purament mental que deixa en un segon pla la seua experiència estètica. Navarro s'hi afanya a demostrar-nos, amb la seua característica ironia metalingüística, que tot allò que observem es fonamenta en els paràmetres unívocs de la ciència. No obstant això, en presentar la seua investigació en un espai d'art, transforma radicalment la seua naturalesa i li confereix interpretacions múltiples, ja que en aquest context es transmuta en objecte artístic. I com bé sabem l'obra d'art és polisèmica, manté una relació distorsionada entre el signe i el significat. Per tant *Fabrication of (non)sense* s'allunya de l'origen empíric de l'Art Conceptual al qual imita; representa justament el contrari, és una obra ficcional, un exercici lúdic d'identitats tautològiques per al seu autor i un artifici per a nosaltres. Hi és, en aquest punt, on l'obra de Juan F. Navarro es desmarca de qualsevol procés artístic contemporani realitzat amb anterioritat. Traça una nova línia discursiva entre l'Art i la Ciència.

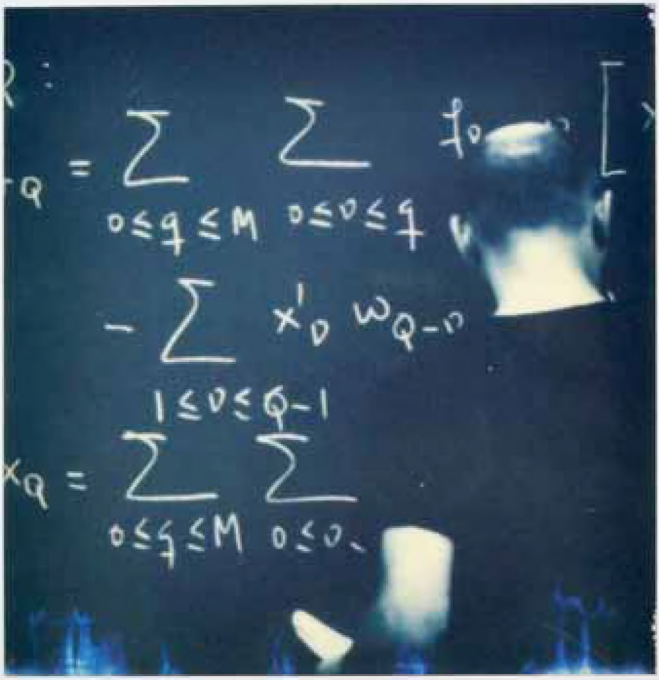
Milagros Angelini
Doctora en Belles Arts

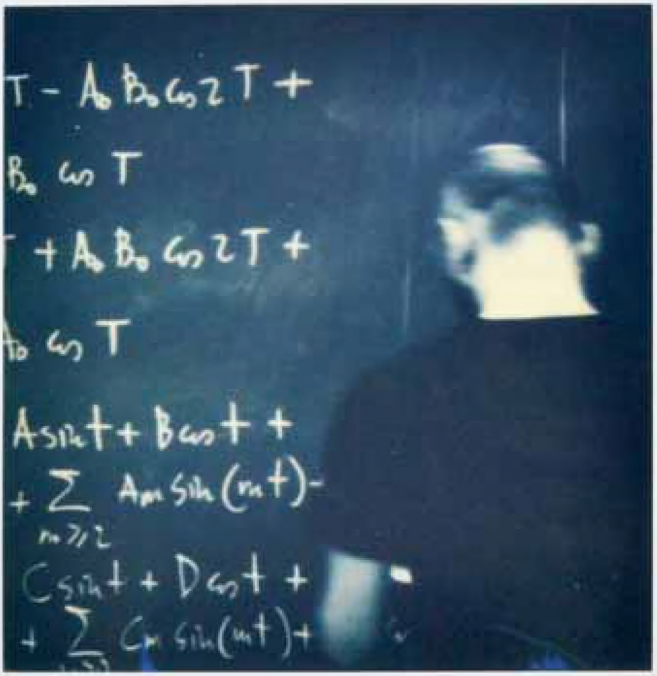
*Frase escoltada en tancament de discurs de fi de carrera universitària. Catedràtic anònim.

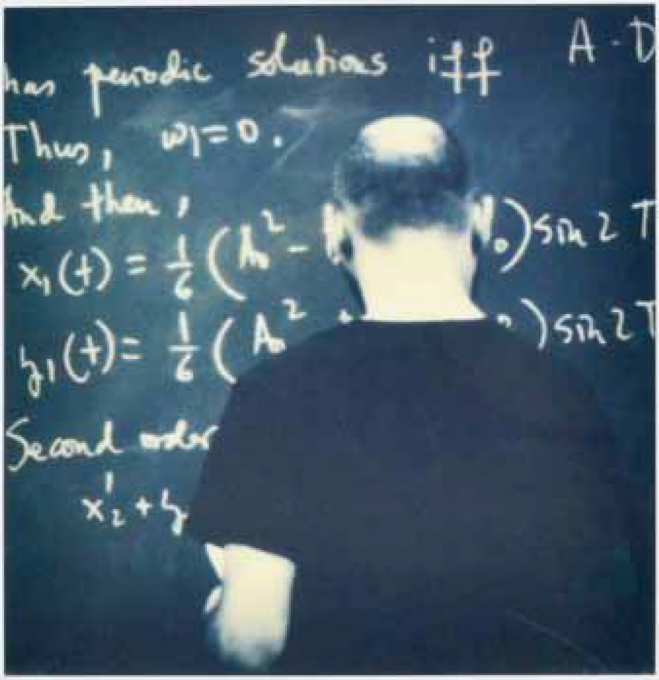


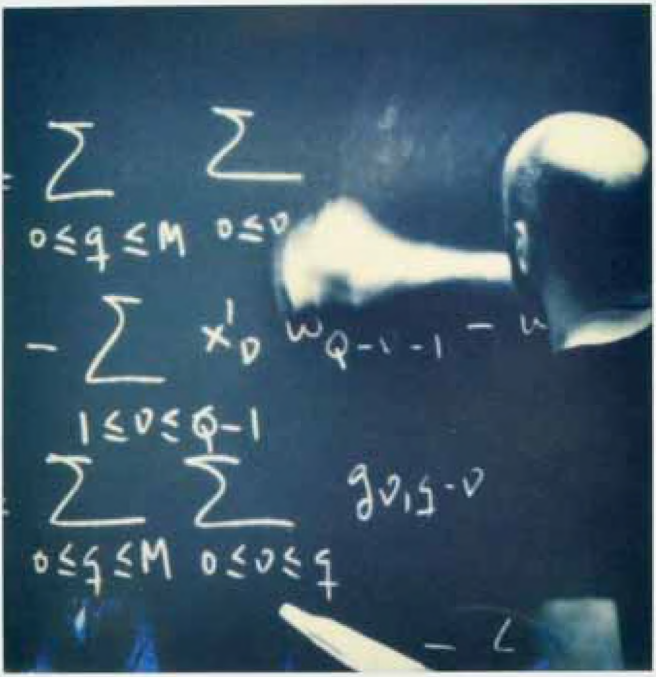
El autor en su estudio

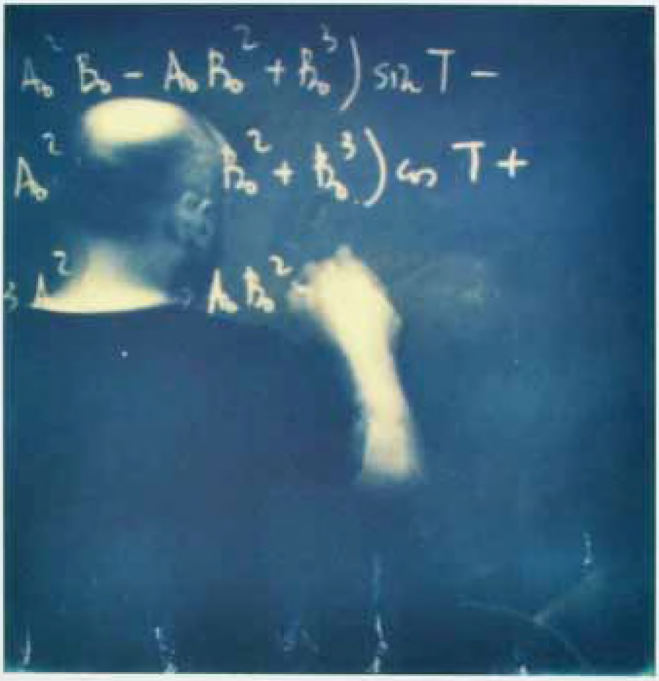


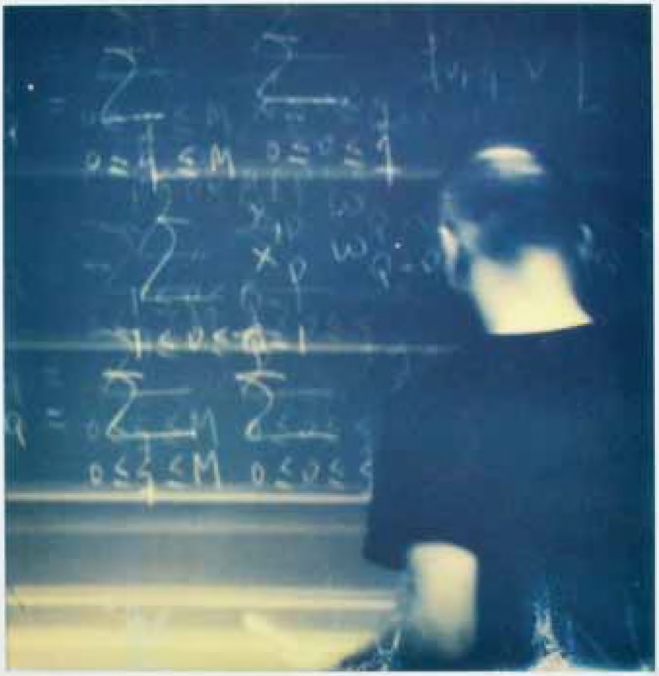

$= \sum_{0 \le q \le M} \sum_{0 \le v \le q}$
$- \sum_{1 \le v \le Q-1} x'_v \, w_{Q-v}$
$x_Q = \sum_{0 \le q \le M} \sum_{0 \le v}$

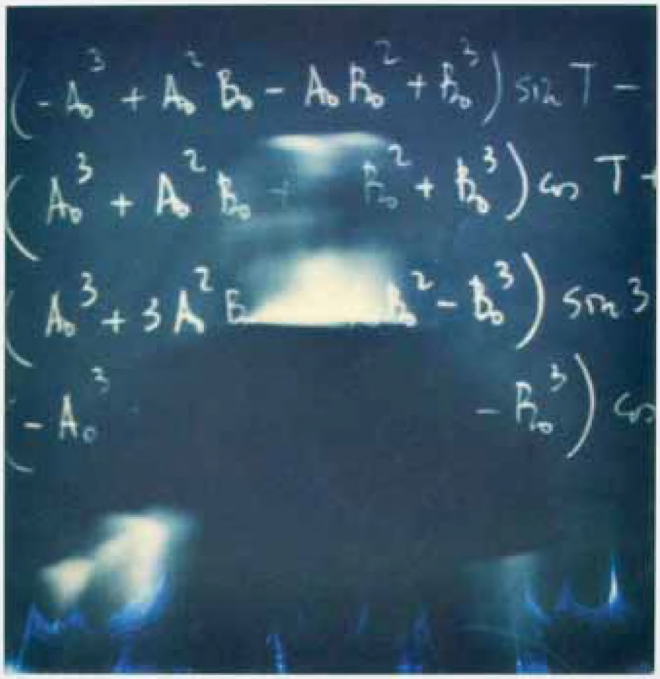

T - A₀ B₀ cos 2T +
B₀ cos T
+ A₀ B₀ cos 2T +
A₀ cos T
A sin t + B cos t +
+ Σ Aₘ sin (mt) -
m ≥ 2
C sin t + D cos t +
+ Σ Cₘ sin (mt) +

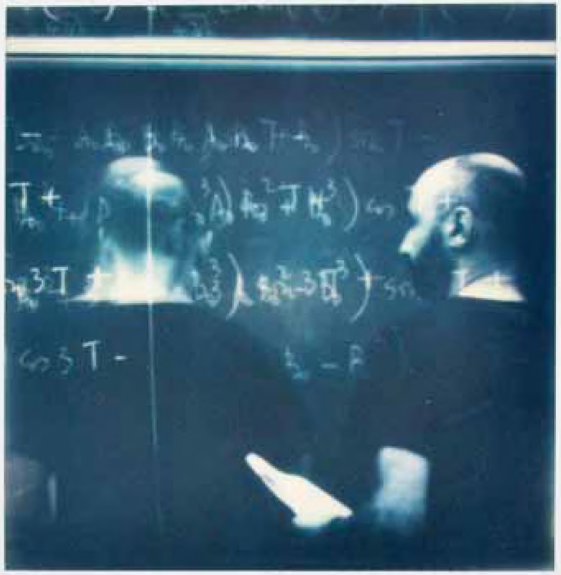

has periodic solutions iff
Thus, $\omega_1 = 0$.
And then,
$x_1(t) = \frac{1}{6}(A_0^2 - \ldots)\sin 2T$
$y_1(t) = \frac{1}{6}(A_0^2 \ldots)\sin 2T$
Second order











Sin título. 2016
Serie de fotografía Polaroid. 11 x 9 cm. (cada fotografía)

Fabrication of (non)sense

Let us consider the problem defined by the system

$$\dot{x}+y=\epsilon f(x,y), \quad (1)$$
$$\dot{y}-x=\epsilon g(x,y),$$

where $0<\epsilon\ll 1$ is a small parameter and

$$f(x,y)=\sum_{0\le q\le M}\sum_{0\le \nu\le q} f_{\nu,q-\nu}\, x^{\nu} y^{q-\nu},$$

$$g(x,y)=\sum_{0\le q\le M}\sum_{0\le \nu\le q} g_{\nu,q-\nu}\, x^{\nu} y^{q-\nu},$$

where $f_{\nu,q-\nu}, g_{\nu,q-\nu}\in\mathbb{R}$ for $0\le q\le M$ and $0\le\nu\le q$, $M\in\mathbb{N}$.

The Poincaré-Lindstedt technique is used to compute periodic solutions by expanding the solution to (1) as

$$x(t) = x_0(T) + \epsilon x_1(T) + \epsilon^2 x_2(T) + \cdots$$

$$y(t) = y_0(T) + \epsilon y_1(T) + \epsilon^2 y_2(T) + \cdots$$

where $x_\nu = x_\nu(T)$ and $y_\nu = y_\nu(T)$ are 2π-periodic in T, and $T = \omega t$, with $\omega = 1 + \epsilon\omega_1 + \epsilon^2\omega_2 + \cdots$. First, we rewrite (1) as

$$\omega x' + y = \epsilon \sum_{0 \le q \le M} \sum_{0 \le \nu \le q} f_{\nu, q-\nu} x^\nu y^{q-\nu},$$

$$\omega y' - x = \epsilon \sum_{0 \le q \le M} \sum_{0 \le \nu \le q} g_{\nu, q-\nu} x^\nu y^{q-\nu}.$$

Here, $\dot{}$ stands for d/dt and $'$ for d/dT.

The solution to (1) is constructed from the unperturbed problem:

$$\left.\begin{aligned} x_0' + y_0 &= 0 \\ y_0' - x_0 &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ with solution } \begin{aligned} x_0(T) &= A_0 \cos T - B_0 \sin T \\ y_0(T) &= A_0 \sin T + B_0 \cos T. \end{aligned}$$

The first order system is given by

$$x_1' + y_1 = \sum_{0 \le q \le M} \sum_{0 \le \nu \le q} f_{\nu, q-\nu}\, x_0^{\nu}\, y_0^{q-\nu} - \omega_1 x_0 .$$

$$y_1' - x_1 = \sum_{0 \le q \le M} \sum_{0 \le \nu \le q} g_{\nu, q-\nu}\, x_0^{\nu}\, y_0^{q+\nu} - \omega_1 y_0 .$$

Here, ω_1 is computed to assure that resonant terms disappear.

The order Q of the solution is obtained by solving

$$x'_Q + y_Q = \sum_{0 \le q \le M} \sum_{0 \le \nu \le q} f_{\nu, q-\nu} \left[x^\nu y^{q-\nu} \right]_{Q-1} - \sum_{1 \le \nu \le Q-1} x'_\nu \omega_{Q-\nu} - \omega_Q x'_0$$

$$y'_Q - x_Q = \sum_{0 \le q \le M} \sum_{0 \le \nu \le q} g_{\nu, q-\nu} \left[x^\nu y^{q-\nu} \right]_{Q-1} - \sum_{1 \le \nu \le Q-1} y'_\nu \omega_{Q-\nu} - \omega_Q y'_0 .$$

30

Sin título. 2016
Técnica mixta sobre DM. 100 x 400 cm.

A Symbolic Algorithm for the Computation of Periodic Orbits in Non–Linear Differential Systems

Juan F. Navarro[1]

Department of Applied Mathematics, University of Alicante, 03009 San Vicente del Raspeig, Alicante, Spain
Email: jf.navarro@ua.es

Abstract The Poincaré–Lindstedt method in perturbation theory is used to compute periodic solutions in perturbed differential equations through a nearby periodic orbit of the unperturbed problem. The adaptation of this technique to systems of differential equations of first order could produce meaningful advances in the qualitative analysis of many dynamical systems. In this paper, we present a new symbolic algorithm as well as a new symbolic computation tool to calculate periodic solutions in systems of differential equations of first order. The algorithm is based on an optimized adaptation of the Poincaré–Lindstedt technique to differential systems. This algorithm is applied to compute a periodic solution in a Lotka–Volterra system.

Keywords: periodic orbits, Poincaré–Lindstedt, Lotka–Volterra, Poisson series, symbolic computation.

31

2 Adaptation of the Poincaré–Lindstedt Method for Systems

Let us consider the problem defined by the following nonlinear differential system of first order,

$$\begin{aligned} \dot{x} + y &= \epsilon\, f(x,y)\,, \\ \dot{y} - x &= \epsilon\, g(x,y)\,, \end{aligned} \tag{1}$$

where $0 < \epsilon \ll 1$ is a small parameter and functions $f(x,y)$ and $g(x,y)$ can be arranged as follows,

$$\begin{aligned} f(x,y) &= \sum_{0\le q\le M} \sum_{0\le \nu\le q} f_{\nu,q-\nu}\, x^{\nu} y^{q-\nu}\,, \\ g(x,y) &= \sum_{0\le q\le M} \sum_{0\le \nu\le q} g_{\nu,q-\nu}\, x^{\nu} y^{q-\nu}\,, \end{aligned} \tag{2}$$

where $f_{\nu,q-\nu}, g_{\nu,q-\nu} \in \mathbb{R}$ for $0 \le q \le M$, $0 \le \nu \le q$ and $M \in \mathbb{N}$.

If the unperturbed system ($\epsilon = 0$) has periodic solutions and ϵ is a measure of the size of the perturbing terms, then the trajectories for the full system will remain pretty close to those of the non–perturbed system, for any finite period of time $t_0 < t < t_0 + \alpha$ ($\alpha > 0$) with an error not larger than $O(\alpha)$. In general, even a small perturbation is enough to destroy periodicity, that is, nonlinearity will finish with most of the periodic orbits of the unperturbed system, but some of them may persist. The Poincaré–Lindstedt technique is used to find those periodic solutions by expanding the solution of the system in the form

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0(T) + \epsilon\, x_1(T) + \epsilon^2\, x_2(T) + \cdots\,, \\ y(t) &= y_0(T) + \epsilon\, y_1(T) + \epsilon^2\, y_2(T) + \cdots\,, \end{aligned} \tag{3}$$

The solution to (1) is constructed from the order zero, which corresponds with the unperturbed problem, and can be written as

$$\begin{aligned} x_0' + y_0 &= 0\,, \\ y_0' - x_0 &= 0\,. \end{aligned} \tag{6}$$

The first order system is given by

$$\begin{aligned} x_1' + y_1 &= \sum_{0\le q\le M} \sum_{0\le \nu\le q} f_{\nu,q-\nu} x_0^{\nu} y_0^{q-\nu} - \omega_1 x_0'\,, \\ y_1' - x_1 &= \sum_{0\le q\le M} \sum_{0\le \nu\le q} g_{\nu,q-\nu} x_0^{\nu} y_0^{q-\nu} - \omega_1 y_0'\,. \end{aligned} \tag{7}$$

The order Q of the expansion is obtained by solving the system

$$\begin{aligned} x_Q' + y_Q &= \sum_{0\le q\le M} \sum_{0\le \nu\le q} f_{\nu,q-\nu} \left[x^{\nu} y^{q-\nu}\right]_{Q-1} - \\ &\qquad - \sum_{1\le \nu\le Q-1} x_{\nu}' \omega_{Q-\nu} - \omega_Q x_0'\,, \\ y_Q' - x_Q &= \sum_{0\le q\le M} \sum_{0\le \nu\le q} g_{\nu,q-\nu} \left[x^{\nu} y^{q-\nu}\right]_{Q-1} - \\ &\qquad - \sum_{1\le \nu\le Q-1} y_{\nu}' \omega_{Q-\nu} - \omega_Q y_0'\,. \end{aligned} \tag{8}$$

At each order p of the perturbation method, one has to calculate x_p, y_p and ω_p from the equation above, but also x_p', y_p' and the collection of products $(x^{\nu_1} y^{\nu_2})_p$ for each $\nu_1, \nu_2 \in \mathbb{Z}$ such that $0 \le \nu_1, \nu_2 \le M$, in order to compute the right–hand side of equation (8) for the $(p+1)$–th order of the perturbation method. At the p–th order of the Poincaré–Lindstedt approximation, one first fits the value of ω_p to assure that no secular terms exist, expressing it as a function of some constants which depend on the initial conditions of the problem.

The data associated to each node of the tree is a real number representing the coefficient of the corresponding term ($c_{i,j}$), and the key of each node is given by the set $(j_1, j_2, i_1 \ldots, i_n)$. In Figure 3, we show the tree structure in which a polynomial is stored. The polynomial we show in Figure 3 has 7 terms, with keys $\nu_1 < \nu_2 < \cdots < \nu_7$. Each key corresponds to a set of numbers of the form

$$\nu = (j_1, j_2, i_1, \ldots, i_n)\,.$$

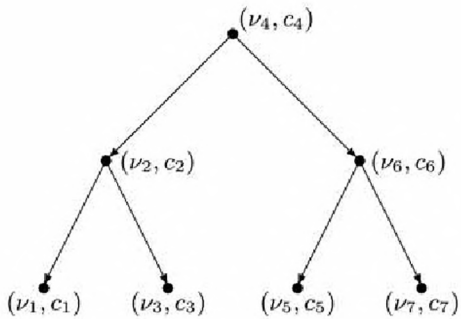


Figure 3. Red–black tree for representing a polynomial with keys $\nu_1 < \nu_2 < \nu_3 < \nu_4 < \nu_5 < \nu_6 < \nu_7$. Each node of the tree contains also the value of the coeffcient of the term (c_i).

If we store the key of a term in a vector structure, the complexity of the comparison of the keys is $O(n)$. We can reduce this complexity by storing keys in red–black trees. For each term of a Poisson series, we store pairs (ν, i_ν). Thus, the complexity of comparison between terms is reduced from $O(n)$ to $O(\log_2(n))$ in the worst case scenario. If the keys associated to two different terms have different sizes, that means both terms are not equal and can not be collected.

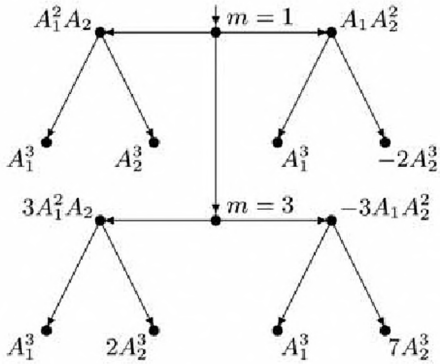


Figure 4. Representation of a Poisson series.

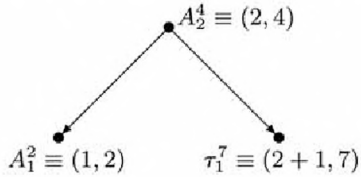
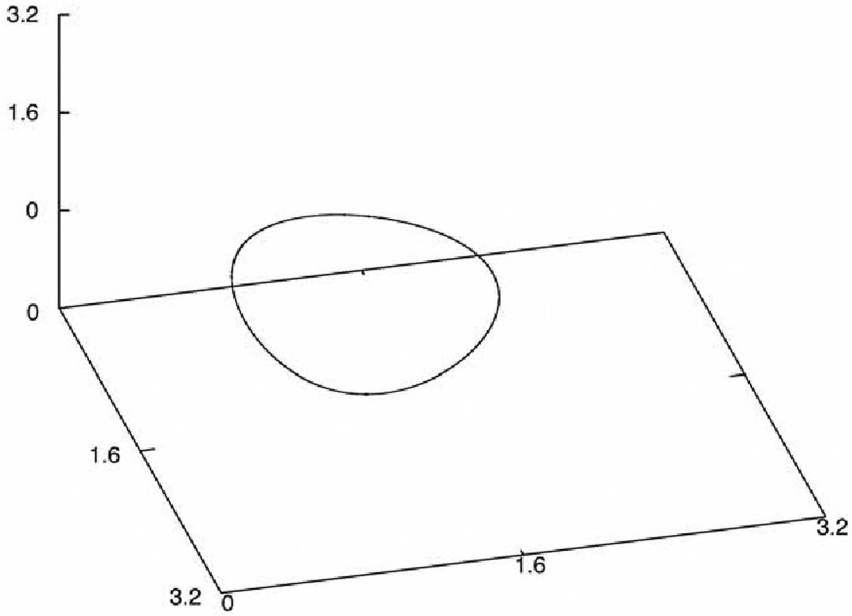


Figure 5. Representation of the key $A_1^2A_2^4\tau_1^7$ in a red–black tree.

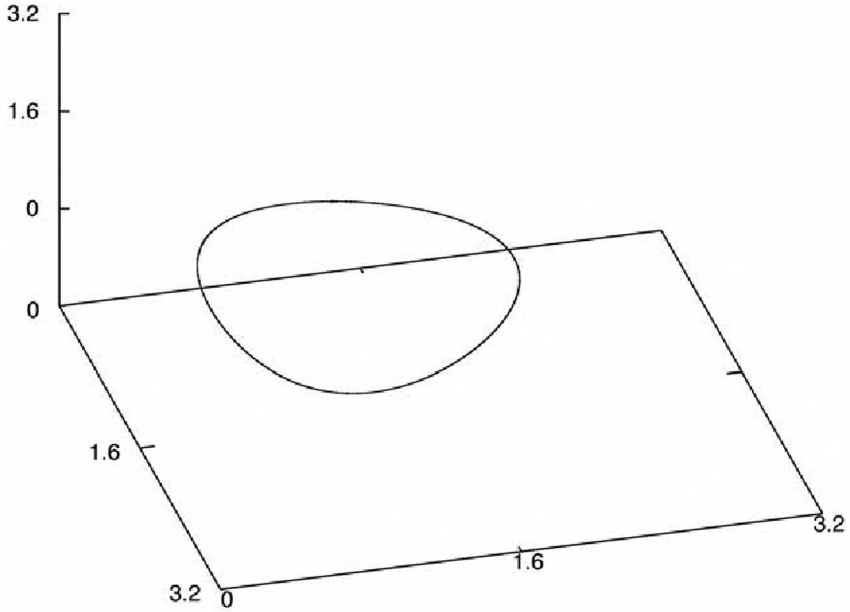
References

1. Shayak Bhattacharjee, J. K. Bhattacharjee, "Lindstedt Poincaré technique applied to molecular potentials", *J. Math. Chem.*, vol. 50, pp. 1398–1410, 2012.
2. A. Buonomo, "The periodic solution of van der Pol equation", *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 59, no. 1, pp. 156–171, 1998.
3. S. H. Chen, Y. K. Cheung, "An elliptic Lindstedt–Poincaré method for certain strongly non–linear oscillators", *Nonlinear Dyn.*, vol. 12, pp. 199–213, 1997.
4. A. Dena, M. Rodríguez, S. Serrano, R. Barrio, "High–Precision Continuation of Periodic Orbits", *Abstract and Applied Analysis*, 12 pages, 2012.
5. D. Dutta, J. K. Bhattacharjee, *Lotka–Volterra dynamics under periodic influence*, 2006. [Online]. Available: arXiv:nlin.CD/0610044v1.
6. J. H. He, "Modified Lindstedt–Poincaré methods for some non–linear oscillations. Part I: expansion of constant", *J. Non–linear Mech.*, vol. 37, pp. 309–314, 2002.
7. J. Henrard, "A survey of Poisson series processors", *Celest. Mech.*, vol. 45, pp. 245–253, 1989.
8. H. Hu & Z. G. Xiong, "Comparison of two Lindstedt–Poincaré–type perturbation methods", *J. Sound Vibr.*, vol. 278, pp. 437–444, 2004.
9. Zhouhong Li, "Four positive almost periodic solutions to two species parasitical model with impulsive effects and harvesting terms", *WSEAS Transactions on Mathematics*, vol. 13, pp. 932–940, 2014.
10. Chunfang Miao, Yunquan Ke, "Positive Periodic Solutions of a Generalized Gilpin-Ayala Competitive System with Time Delays", *WSEAS Transactions on Mathematics*, vol. 3, no. 12, pp. 277–285, 2013.
11. J. F. Navarro, "On the implementation of the Poincaré–Lindstedt technique", *Appl. Math. Comput.*, vol. 195, pp. 183–189, 2008.
12. J. F. Navarro, "Computation of periodic solutions in perturbed second–order ODEs", *Appl. Math. Comput.*, vol. 202, pp. 171–177, 2008.
13. J. F. Navarro, "The asymptotic expansion method via symbolic computation", *Journal of Applied Mathematics*, 24 pages, 2012.

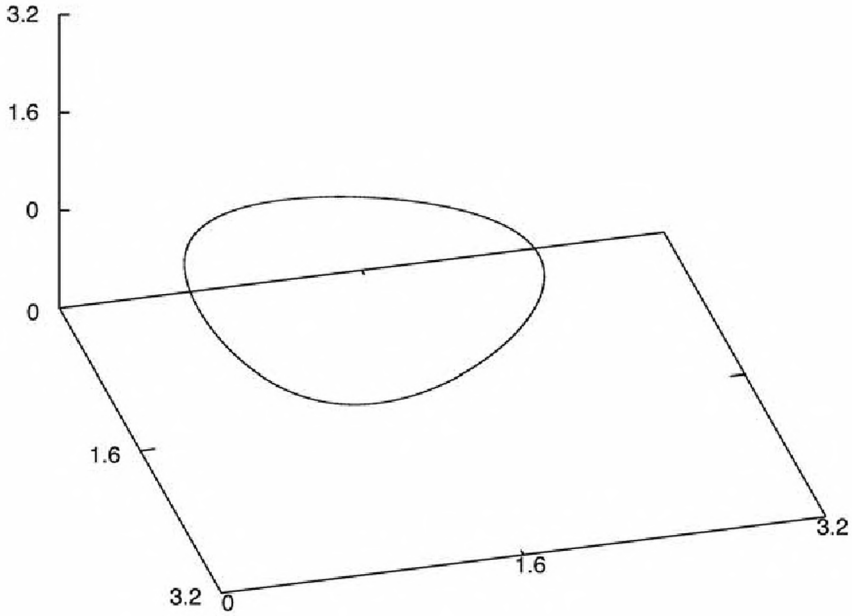
Fragmentos del artículo: Juan F. Navarro, A Symbolic Algorithm for the Computation of Periodic Orbits in Non-Linear Differential Systems, Journal of Advances in Applied Mathematics, Vol. 1, No. 3, 2006, pp. 160-174



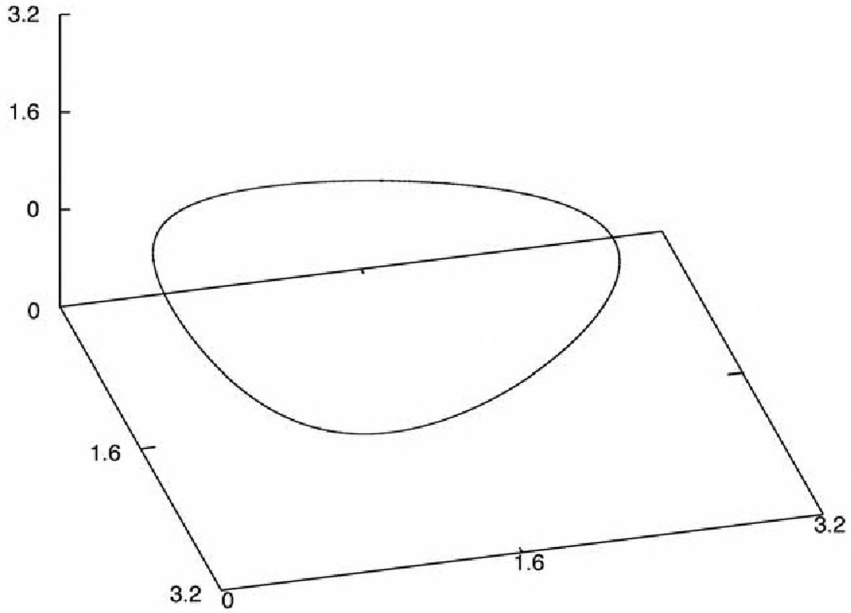
Sin título. 2016
Impresión sobre papel. 40 x 50 cm.



Sin título. 2016
Impresión sobre papel. 40 x 50 cm.

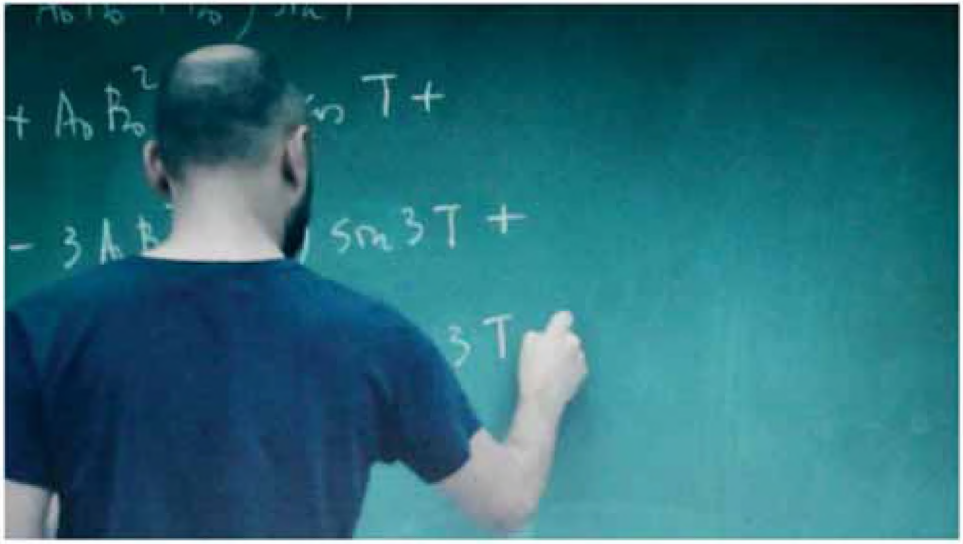


Sin título. 2016
Impresión sobre papel. 40 x 50 cm.

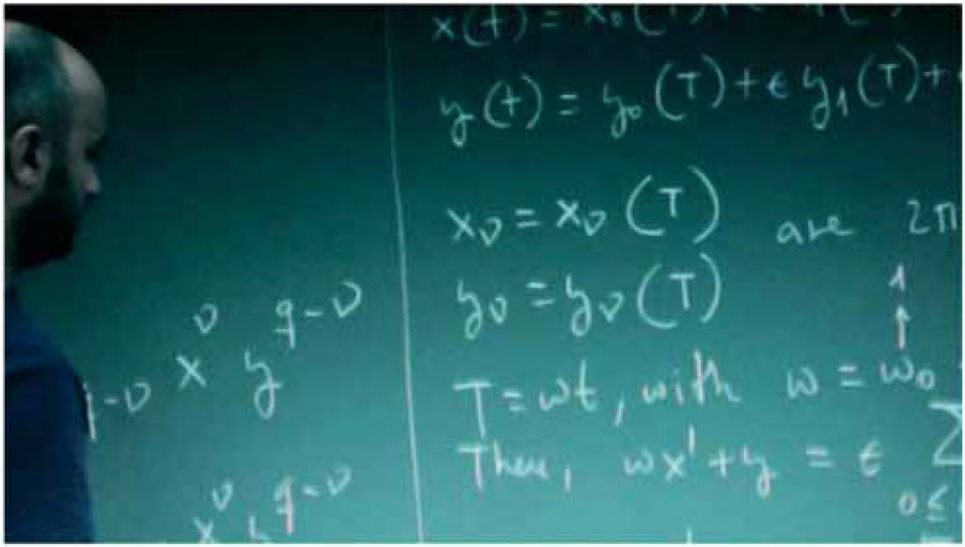


Sin título. 2016
Impresión sobre papel. 40 x 50 cm.

Sin título. 2016
Vídeo 16:9. 1´08´´



Sin título. 2016
Vídeo 16:9. 1´01´´



Sin título. 2016
Vídeo 16:9. 1´06´´

Sin título. 2016
Vídeo 16:9. 1´14´´

CURRICULUM VITAE

JUAN F. NAVARRO

Licenciado en Bellas Artes, UMH, 2012
Doctor en Matemáticas, UA, 2002
Ingeniero en Informática, UA, 1996

OCUPACIÓN PROFESIONAL

- TEU, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA, UA, DESDE 2001 HASTA 2008.
- TU, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA, UA, DESDE 2008 HASTA LA ACTUALIDAD.

PREMIOS (SELECCIÓN)

2014
- PREMIO EXTRAORDINARIO LICENCIATURA EN BELLAS ARTES, CONSELLERIA DE EDUCACIÓ, CULTURA I ESPORT, GENERALITAT VALENCIANA.

2012
- PREMIO EXTRAORDINARIO UMH LICENCIATURA EN BELLAS ARTES.

2003
- PREMIO DESCARTES DE LA UNIÓN EUROPEA.

2002
- PREMIO EXTRAORDINARIO DOCTORADO UA.

RESIDENCIAS ARTÍSTICAS

2015
- RESIDENCIAS FORMATIVAS DE CREACIÓN ARTÍSTICA PLUS. MUA, ALICANTE.

PONENCIAS EN CONGRESOS INTERNACIONALES (ARTE)

2015
- II CONGRESO INTERNACIONAL EN INVESTIGACIÓN EN ARTES VISUALES ANIAV. UPV, VALENCIA.

EXPOSICIONES INDIVIDUALES (SELECCIÓN)

2016
- FABRICATION OF (NON)SENSE. CASA BARDÍN, ALICANTE (*).

2013
- 24 46 10. TEATRE AUDITORI, LA VILA JOIOSA, ALICANTE (*).

2012
- NO ES BONITO Y NO SIGNIFICA NADA. SALA NEGRA, FACULTAD DE BELLAS ARTES, UMH (*).
- LA ENTREGA DEL SUJETO A LA METONIMIA INFINITA. MUA, MUSEO DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE (*).

EXPOSICIONES COLECTIVAS (SELECCIÓN)

2016
- MULIER, MULIERIS 2016. MUA, MUSEO DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE (*).

2015
- HAPPY NAVIDAD. CÍRCULO DE BELLAS ARTES, TENERIFE.
- PLUS. MUA, MUSEO DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE (*).
- SUMMER EXHIBITION. CÍRCULO DE BELLAS ARTES, TENERIFE.
- HOMENAJE AL SURREALISMO. CÍRCULO DE BELLAS ARTES, TENERIFE.

2014
- VERANO. LA CASA NEGRA, SOTO DE DEGO, ASTURIAS.
- MULIER, MULIERIS 2014. MUA, MUSEO DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE (*).
- BÈRNIA 2013. ITINERANTE: RECTORADO UMH (ELX), TEATRE WAGNER (ASPE) (*).

2013
- INCUBARTE, VI FESTIVAL INTERNACIONAL DE ARTE. VALENCIA (*).
- CHANGEART ALC. PARKING GALLERY, ALICANTE.
- MULIER, MULIERIS 2013. MUA, MUSEO DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE (*).

2012
- X PREMIO DE PINTURA GAS NATURAL FENOSA UMH 2012. RECTORADO UMH, ELCHE (*).

2011
- III ENCUENTRO INTERNACIONAL IKAS-ART 2011. BILBAO EXHIBITION CENTER (*).
- ESTAMPA, FERIA INTERNACIONAL DE ARTE MÚLTIPLE. IFEMA, MADRID (*).
- BÈRNIA 2011. RECTORADO UMH, ELCHE (*).
- MULIER, MULIERIS 2011. MUA, MUSEO DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE (*).

2010
- III BIENAL ART NOSTRE 2010. ITINERANTE: BANYERES DE MARIOLA, VILLENA, MURO (*).
- II ENCUENTRO INTERNACIONAL IKAS-ART 2010. BILBAO EXHIBITION CENTER (*).

PUBLICACIONES RELACIONADAS CON FABRICATION OF (NON)SENSE

- JUAN F. NAVARRO, COMPUTATION OF PERIODIC SOLUTIONS IN SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF FIRST ORDER, PROCEEDINGS OF THE 2015 INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS AND COMPUTERS IN SCIENCES AND INDUSTRY (MCSI 2015), SLIEMA, MALTA, AUGUST 17-19, 2015.
- JUAN F. NAVARRO, A SYMBOLIC ALGORITHM FOR THE COMPUTATION OF PERIODIC ORBITS IN NON-LINEAR DIFFERENTIAL SYSTEMS, JOURNAL OF ADVANCES IN APPLIED MATHEMATICS, VOL. 1, NO. 3, 2016, 160-174.

(*) EXPOSICIÓN CON CATÁLOGO.

· 2012 COROINFLABLES Juan Fuster / Natalia Molinos.
· 2012 ANATOMÍA DEL ALMA Orfeo Soler / Paco Linares.
· 2012 ANTE LOS ESPACIOS VACÍOS Jesús Rivera / Enric Mira.
· 2012 MAPAS INVISIBLES Antonio Barea / José Luis Martínez.
· 2012 HOMO LUDENS Rosana Antolí / Ana Alarcón.

· 2013 LA PINTURA COMO INVESTIGACIÓN LINGÜÍSTICA Y TERAPÉUTICA
Rafael Hernández / Isabel Tejeda.
· 2013 DESCANSA TODO LO QUE NECESITES, SIN PENA NI GLORIA
Carlos García Peláez / Begoña Martínez.
· 2013 CÓDIGO COMPARTIDO Javier Romero / Jordi Navas.
· 2013 SINTITULO OCHO Ignacio Chillón / Christina Poveda.
· 2013 BIO-LOGICAL DEGROWTH Cristina Ferrández / Mamen Velasco.

· 2014 Y LA DEFINICIÓN Olga Diego / Teresa Lanceta.
· 2014 LO VEO TODO NEGRO Pablo Bellot / Irene Ballester.

· 2015 ARAÑAZOS Y DISSOLUTION Kribi Heral / Javier Marroquí.

· 2016 KALEIDOSCOPIO James Marr (Kaufman) / José Luis Martínez Meseguer.
· 2016 THE MEDUSA COLLECTIVE EXPERIMENT Cynthia Nudel / Diana Guijarro Carratalá.
· 2016 PROYECTO CMYK, CUATRICOMÍA EN PATCHWORK Elena Jiménez / Isabel Tejeda Martín.

INSTITUTO ALICANTINO DE CULTURA JUAN GIL-ALBERT

CASA BARDIN Calle San Fernando Nº44. 03001. Alicante. http://www.iacjuangilalbert.com

GOBIERNO PROVINCIAL ALICANTE
La Diputación de los Pueblos